

## Esercizi sull'ecologia dei parassiti e delle malattie

1. La rabbia è una malattia microparassitaria, in genere molto grave, dovuta alla trasmissione di un virus da ospite a ospite. Uno degli animali che ospitano frequentemente la rabbia è la volpe rossa. Impostate un modello SI per la rabbia in questo mammifero, supponendo che la demografia sia logistica, la trasmissione sia densità-dipendente e che nessun individuo infetto guarisca dalla malattia. Utilizzate i seguenti parametri:

- tasso di natalità  $\nu = 0.6 \text{ anni}^{-1}$
- tasso di mortalità naturale  $\mu = 0.2 \text{ anni}^{-1}$
- capacità portante = 5 volpi  $\text{km}^{-2}$
- tasso di mortalità dovuto alla malattia  $\alpha = 5 \text{ anni}^{-1}$
- tasso base di riproduzione della malattia  $R_0 = 3$ .

Ricavate (a) il coefficiente di trasmissione  $\beta$  della rabbia nelle volpi; (b) il valore della densità di suscettibili e infetti all'equilibrio endemico; (c) la prevalenza della rabbia nelle volpi all'equilibrio.

2. La pernice azzurra di Padania (*Lagopus padanus*) è spesso infestata da vermi nematodi del genere *Trichonicus* che, pur non essendo mortali, hanno effetti nocivi sulla natalità dell'animale. In assenza di parassiti la pernice ha una capacità portante  $K = 40$  individui  $\text{km}^{-2}$ , un tasso di mortalità  $\mu = 0.2 \text{ anni}^{-1}$  e un tasso intrinseco di crescita  $r = 0.1 \text{ anni}^{-1}$ . Se indichiamo con  $C$  il carico parassitario (ovvero il numero medio di parassiti presenti in ogni pernice) la diminuzione del tasso pro capite di natalità è data da  $\varepsilon C$  con  $\varepsilon = 0.05$  (N. parassiti/N. Pernici) $^{-1} \text{ anni}^{-1}$ . Il tasso di mortalità  $m$  del parassita è  $0.6 \text{ anni}^{-1}$ , mentre il suo tasso di riproduzione (espresso in  $\text{anni}^{-1}$ ) è dato dalla seguente funzione della densità  $H$  di pernici:  $2H/(10+H)$ .

Determinate l'equilibrio di coesistenza tra parassiti e ospiti. Poi tracciate le isocline e determinate la dinamica epidemiologica.

3. La rinite politecnica è una malattia virale che colpisce la specie umana con conseguenze perlopiù benigne che a volte però possono portare a complicanze che in individui deboli conducono alla morte. La malattia non dà immunità. Si descriva lo sviluppo della rinite politecnica nella comunità di Ingegneropoli mediante un modello SI con trasmissione densità-dipendente caratterizzato da

- tasso di natalità =  $0.05 \text{ anni}^{-1}$
- tasso di mortalità naturale =  $0.01 \text{ anni}^{-1}$
- capacità portante = 15000
- tasso di mortalità dovuto alla malattia =  $0.04 \text{ anni}^{-1}$
- coefficiente di trasmissione della rinite da infetto a suscettibile =  $0.001 \text{ anni}^{-1} \text{ n.infetti}^{-1}$
- tasso di guarigione =  $5 \text{ anni}^{-1}$

In base a questi dati (a) scrivete il modello che descrive la dinamica della rinite, (b) calcolate il tasso base di riproduzione della malattia, (c) dite se la rinite si può stabilire permanentemente all'interno di Ingegneropoli, (d) calcolate il valore di suscettibili e infetti all'equilibrio stabile.

4. La gonorrea dei canguri a strisce è una malattia batterica che colpisce i canguri come conseguenza dei contatti sessuali. Il tasso di contatto cresce con la densità dei canguri, ma poi satura perché il numero massimo di contatti sessuali nell'unità di tempo è comunque finito. La malattia non dà immunità. Si descriva lo sviluppo della gonorrea nella popolazione di Marsupioland mediante un modello SI con trasmissione saturante caratterizzato da

- tasso di natalità =  $0.2 \text{ anni}^{-1}$
- tasso di mortalità naturale =  $0.05 \text{ anni}^{-1}$
- capacità portante = 50 canguri  $\text{km}^{-2}$

- tasso di mortalità dovuto alla malattia =  $0.01 \text{ anni}^{-1}$
- tasso di infezione =  $\beta I / (\delta + N)$  con  $\beta = 3 \text{ anni}^{-1}$      $\delta = 10 \text{ canguri km}^{-2}$      $N = S + I$
- tasso di guarigione =  $2 \text{ anni}^{-1}$

In base a questi dati (a) scrivete il modello che descrive la dinamica della gonorrea, (b) calcolate il tasso base di riproduzione della malattia, (c) dite se la gonorrea si può stabilire permanentemente all'interno di Marsupioland, (d) calcolate il valore della prevalenza all'equilibrio stabile.