



Robotica industriale

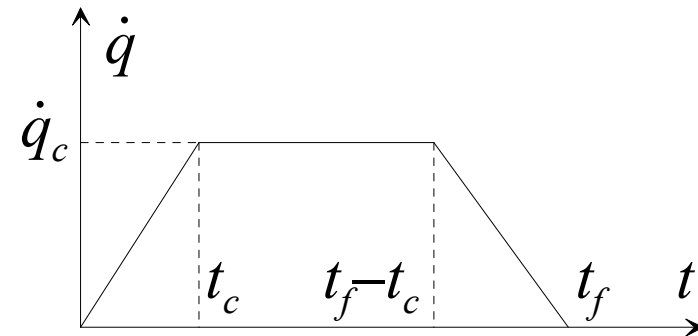
Traiettorie a profilo di velocità trapezoidale

Prof. Paolo Rocco (paolo.rocco@polimi.it)

Profilo di velocità trapezoidale (P.v.t.)



Come è noto, un modo molto usato nella robotica per pianificare la traiettoria consiste nel generare un profilo di posizione lineare raccordato all'inizio e alla fine della traiettoria con tratti parabolici. Il **profilo di velocità** che ne risulta ha il tipico **andamento trapezoidale**.



La traiettoria è quindi divisa in **tre parti**:

1. Accelerazione costante, velocità a rampa, posizione a parabola;
2. Accelerazione nulla, velocità costante, posizione lineare;
3. Decelerazione costante, velocità a rampa, posizione a parabola.

Se la durata t_c della fase di accelerazione (fase 1) è posta uguale alla durata della fase di decelerazione (fase 3) si ottiene una traiettoria simmetrica rispetto all'istante medio tra quelli iniziale e finale. Naturalmente deve essere $t_c \leq t_f/2$.

P.v.t.: accelerazione e velocità max



Se si vogliono imporre i **valori massimi di velocità ed accelerazione** consentiti dall'attuatore, si pone:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_c = \frac{\dot{q}_{\max}}{\ddot{q}_{\max}} \quad \text{tempo di accelerazione} \\ h = \dot{q}_{\max} (t_f - t_c) \quad \text{distanza percorsa} \end{array} \right.$$

con $h = q_f - q_i$.

Ne consegue che il **tempo di posizionamento** (che non è imposto a priori) vale:

$$t_f = \frac{h}{\dot{q}_{\max}} + \frac{\dot{q}_{\max}}{\ddot{q}_{\max}}$$

Imponendo la condizione $t_f \geq 2t_c$ si ricava la **condizione di compatibilità** tra la distanza percorsa ed i valori massimi di velocità ed accelerazione:

$$h \geq \frac{\dot{q}_{\max}^2}{\ddot{q}_{\max}}$$



P.v.t.: velocità max non raggiunta

Se:
$$h < \frac{\dot{q}_{\max}^2}{\ddot{q}_{\max}}$$

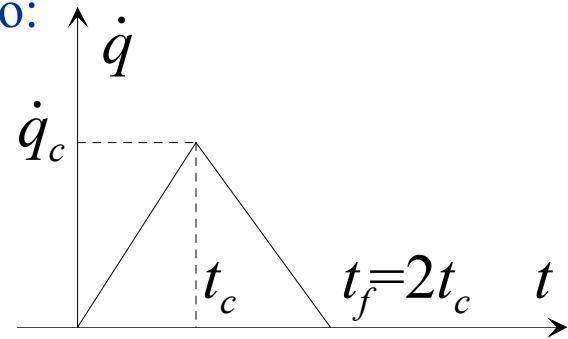
si impone un profilo di velocità **triangolare** con accelerazione al valore massimo seguita da decelerazione al valore massimo:

Poiché la distanza percorsa è:

$$h = \ddot{q}_{\max} t_c^2$$

si deve imporre:

$$t_c = \sqrt{\frac{h}{\ddot{q}_{\max}}}$$



La velocità massima raggiunta in questo caso è quindi:
$$\dot{q}_c = \ddot{q}_{\max} t_c = \frac{h}{t_c} = 2 \frac{h}{t_f}$$

Il tempo di posizionamento vale:

$$t_f = 2t_c = 2\sqrt{\frac{h}{\ddot{q}_{\max}}}$$



Limitazione del jerk

Nella traiettoria a profilo di velocità trapezoidale l'accelerazione ha un andamento discontinuo. Ne consegue che il jerk (derivata dell'accelerazione) assume valori infiniti. Questo provoca forti sollecitazioni sul sistema meccanico, che possono indurre vibrazioni.

Per ovviare a questo problema, si può modificare la pianificazione della traiettoria, dando continuità al profilo di accelerazione, che assume andamento trapezoidale nelle due fasi di accelerazione iniziale e decelerazione finale.

La traiettoria è quindi divisa in tre parti principali:

1. **Fase di accelerazione** (l'accelerazione viene portata linearmente al valore massimo, mantenuta al valore massimo e riportata linearmente a zero);
2. **Fase di crociera** (velocità costante);
3. **Fase di decelerazione** (si decelera in modo speculare rispetto alla fase 1).

