

# Esercizi- Risposta in frequenza

Data una funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{\mu}{sg} \frac{\prod_{i=1}^m (1 + sT_i)}{\prod_{i=1}^n (1 + s\tau_i)}$$

Ci sono due rappresentazioni grafiche nel dominio delle frequenze:

**-Diagrammi di Bode:  
Modulo e Fase**

**-Diagramma polare  
o di Nyquist**

## - Diagrammi di Bode ASINTOTICI: qualche richiamo...

### Modulo

- ascisse:  $\log \omega$

- ordinate:  $|G(j\omega)|_{\text{dB}}$  ( $x_{\text{dB}} := 20 \log x$ )

### Regole per il tracciamento del diag. asint. del modulo

- Pendenza iniziale  $20 \log \mu - g$   $20 \log \omega$
- Il tratto iniziale passa per  $|\mu|_{\text{dB}}$  in  $\omega = 1$
- Cambi di pendenza in corrispondenza di poli e zeri:
  - zero  $+1 \implies +20 \text{ dB} \times \text{decade}$
  - polo  $-1$
- Pendenza finale = nr. zeri - nr. poli  $\left\{ \begin{array}{l} \leq 0 \\ = 0 \end{array} \right.$

## Fase

- ascisse:  $\log \omega$
- ordinate:  $\arg G(j\omega)$  in gradi

### Regole per il tracciamento del diagr. asint. della fase

- Valore iniziale  $\arg(\mu) - g 90^\circ$
- Cambi di valore in corrispondenza di poli e zeri:

	$\mathcal{Re} < 0$	$\mathcal{Re} > 0$
poli	$-90^\circ$	$+90^\circ$
zeri	$+90^\circ$	$-90^\circ$

# Esercizi

1. Tracciare il diagramma di Bode asintotico di modulo e fase per la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{100(1 + 0,2s)}{s^2(1 + 0.01s)}$$

poli  $-100, 0, 0$

zeri  $-4$

$\mu$   $100$

g  $2$

# Andamento:

## Modulo

$$\omega \leq 1 \quad 20 \log 100 - 20 \cdot 2 \cdot \log \omega$$

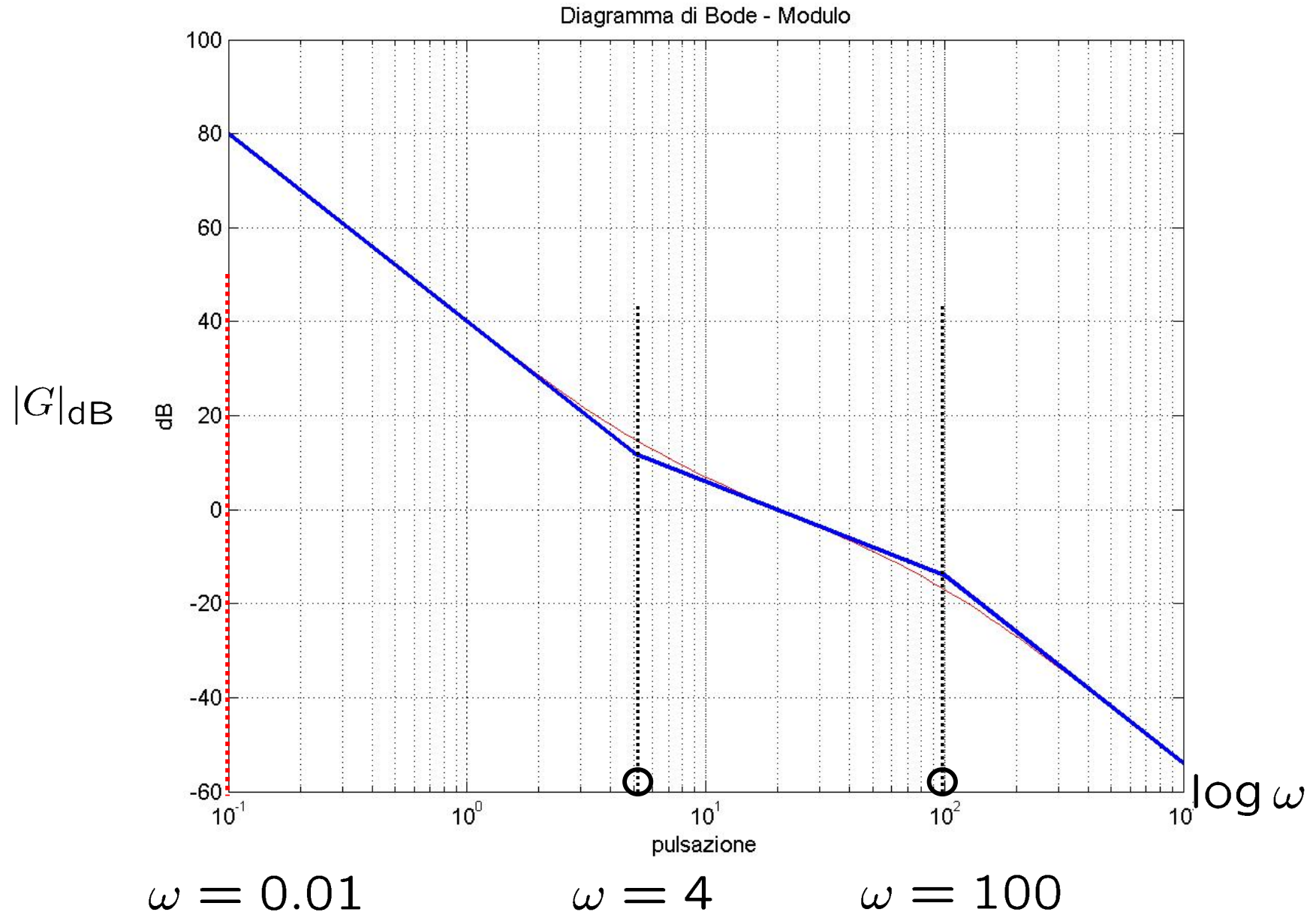
al passaggio per  $\omega = 4$  (zero)

la pendenza cambia di  $+20$  dB per decade

al passaggio per  $\omega = 100$  (polo)

la pendenza cambia di  $-20$  dB per decade

# Esercizio 1. Diagramma di Bode del modulo



# Fase

$$\omega \leq 1 \quad \arg \mu - g \cdot 90^\circ \quad \Longrightarrow \quad -180^\circ$$

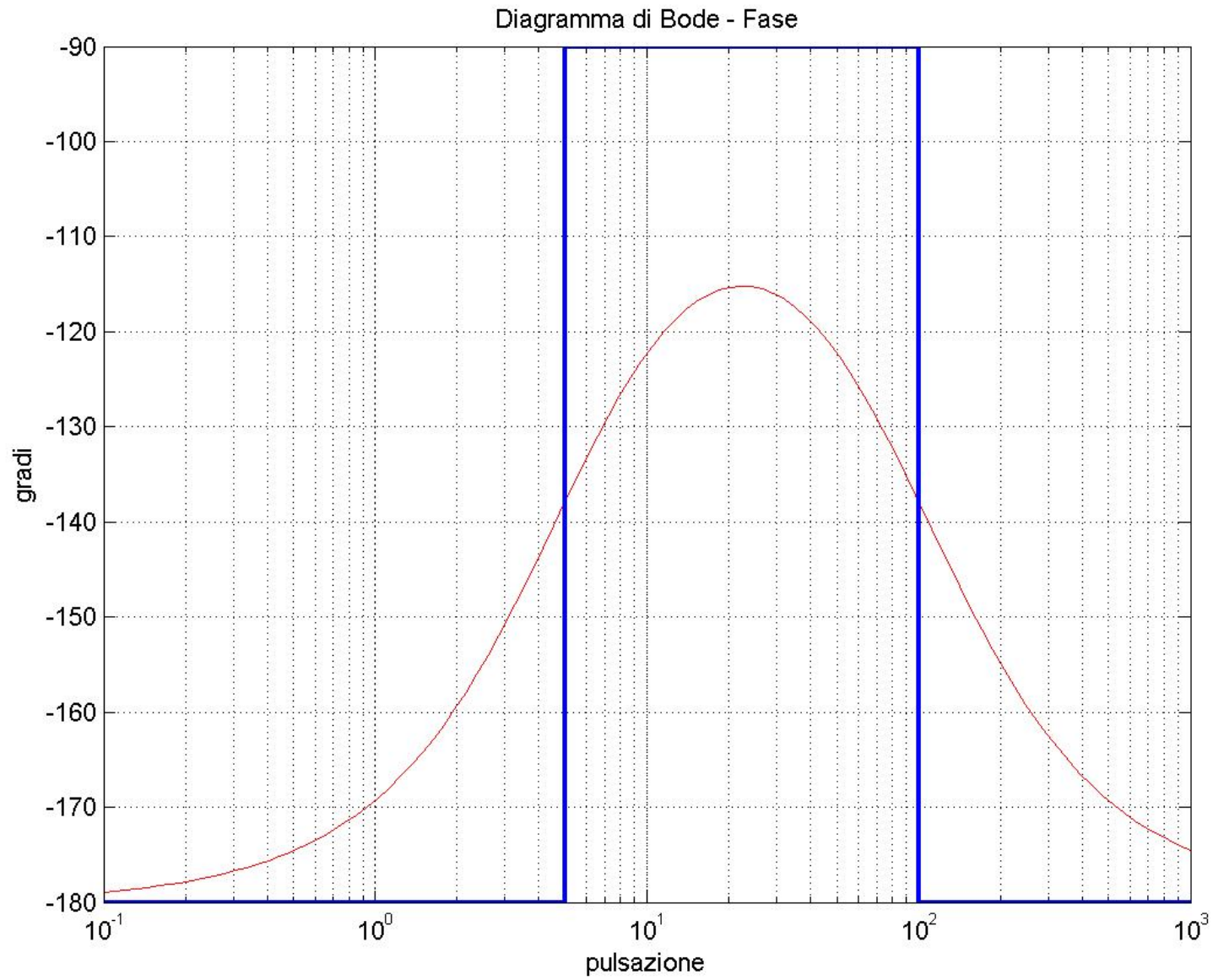
al passaggio per  $\omega = 4$  (zero nel semipiano sinistro, CONTA!)

la fase cambia di  $+90^\circ$

al passaggio per  $\omega = 100$  (polo nel semipiano sinistro)

la fase cambia di  $-90^\circ$

# Esercizio 1. Diagramma di Bode della fase





2. Tracciare il diagramma di Bode asintotico di modulo e fase per la seguente funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{20(s + 2)}{(s + 1)(s + 2)(s + 5)}$$

poli       $-1, -4, -5$

zeri       $-2$

$\mu$        $2$

g       $0$

# Andamento:

## Modulo

$$\omega \leq 1$$

$$20 \log 2 - 20 \cdot 0 \cdot \log \omega$$

al passaggio per

la pendenza cambia di

$$\omega = 1$$

polo

$$-20 \text{ dB}$$

per decade

$$\omega = 2$$

zero

$$+20 \text{ dB}$$

per decade

$$\omega = 4$$

polo

$$-20 \text{ dB}$$

per decade

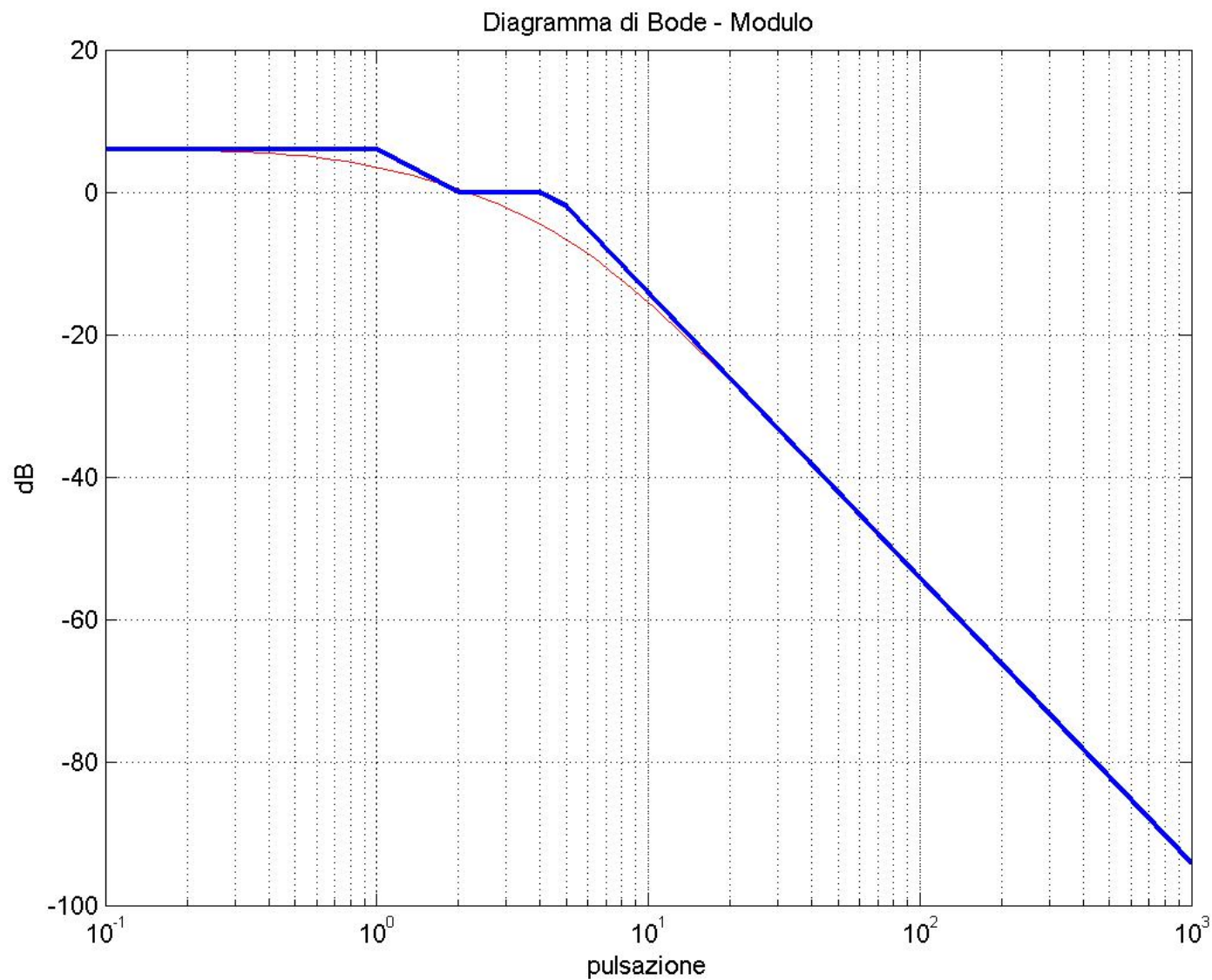
$$\omega = 5$$

polo

$$-20 \text{ dB}$$

per decade

## Esercizio 2. Diagramma di Bode del modulo



**Fase**

$$\omega \leq 1$$

~~$$\arg \mu = 0 \cdot 90^\circ$$~~

$$\Rightarrow 0^\circ$$

al passaggio per

la fase cambia di

dunque la fase e':

$$\omega = 1$$

polo

$$-90^\circ$$

$$-90^\circ$$

$$\omega = 2$$

zero

$$+90^\circ$$

$$0^\circ$$

$$\omega = 4$$

polo

$$-90^\circ$$

$$-90^\circ$$

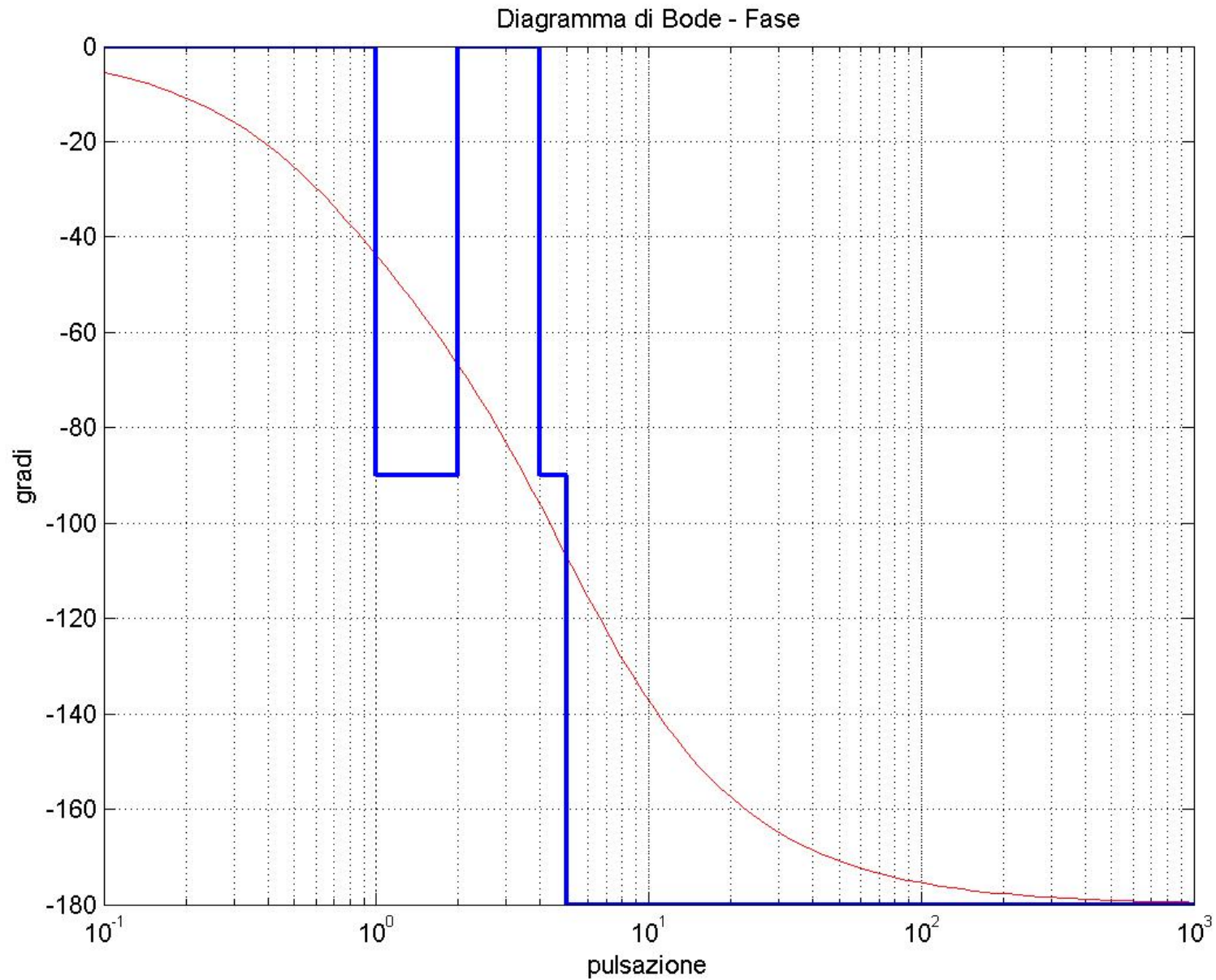
$$\omega = 5$$

polo

$$-90^\circ$$

$$-180^\circ$$

## Esercizio 2. Diagramma di Bode della fase



3. Tracciare il diagramma di Bode asintotico di modulo e fase per la seguente funzione di trasferimento, che presenta poli complessi:

$$G(s) = \frac{20(s + 1)}{(s + 2)(s^2 + 4s + 100)}$$

poli  $-2, -2 + j9.798, -2 - j9.798$

zeri  $-1$

$$\mu \quad \frac{20}{2 \cdot 100} = \frac{1}{10}$$

g  $0$

$\omega_n?$

$$\omega_n = \sqrt{\text{Re}(p)^2 + \text{Im}(p)^2}$$

...

$$\omega_n = 10$$

# Andamento:

## Modulo

$$\omega \leq 1$$

$$20 \log \frac{1}{10} - \cancel{20 \cdot 0 \cdot \log \omega}$$

al passaggio per

la pendenza cambia di

$$\omega = 1$$

polo

+20 dB

per decade

$$\omega = 2$$

zero

-20 dB

per decade

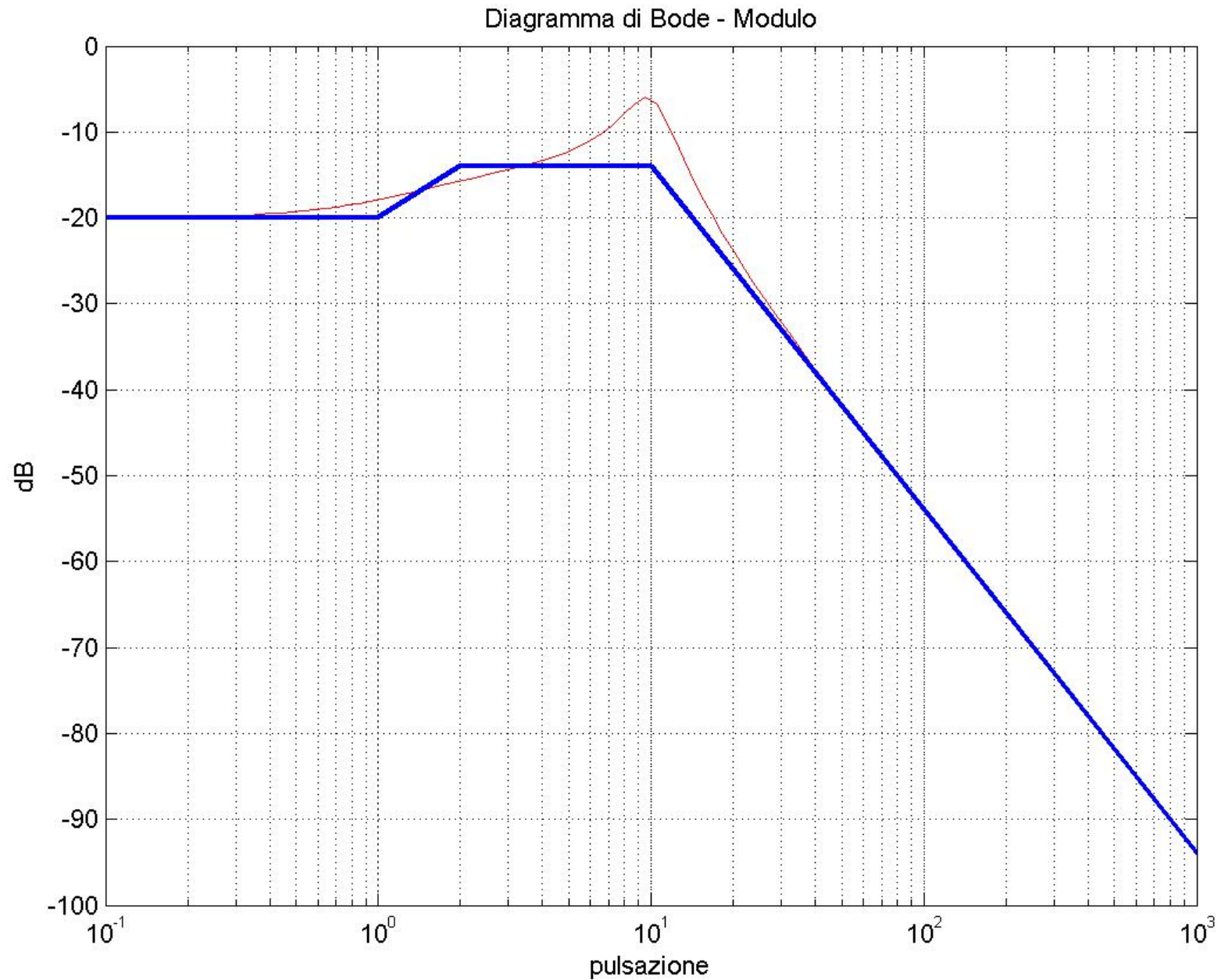
$$\omega = 10$$

pulsazione naturale

-40 dB

per decade

### Esercizio 3. Diagramma di Bode del modulo





**Fase**

$$\omega \leq 1$$

$$\arg \mu = 0 \cdot 90^\circ$$

$$\implies 0^\circ$$

al passaggio per

la fase cambia di

dunque la fase e':

$$\omega = 1$$

polo

$$-90^\circ$$

$$-90^\circ$$

$$\omega = 2$$

zero

$$+90^\circ$$

$$0^\circ$$

$$\omega = 10$$

pulsazione naturale

$$-180^\circ$$

$$-180^\circ$$

### Esercizio 3. Diagramma di Bode della fase

